

LABORATORIO DE AUTOMÁTICA - MINAS

PRÁCTICA 4

1. DATOS DEL GRUPO

Fecha:	
Grupo:	
Nombre:	dni

2. GENERACIÓN DE DATOS

```
rand('state',dni);
m = 0.225 + 0.1*(rand-0.5);           % masa a equilibrar
Rb = 2.5;                             % resistencia de la bobina
Lb = 0.18 + 0.1*rand;                 % inductancia de la bobina
C = 8e-5;
D = 1;
io = 5;                               % corriente en el p. o.
g = 9.8;
s = tf('s');
Kp = 2*D*m*g/(Lb*io+sqrt(m*g*C));     % ganancia de la planta linealizada
p1 = Rb*io/(Lb*io+sqrt(m*g*C));        % polo de la planta linealizada
p2 = 2*sqrt((m*g)^(3/2)/(io*sqrt(C))); % polo de la planta linealizada
xo = io*sqrt(C)/(2*sqrt(m*g));         % ordenada de la masa en el p. o.
yo = D*xo;                            % ordenada observada de la masa en
uo = Rb*io;                            % tension en el p. o.
Gp = Kp/(s+p1)/(s^2-p2^2);              % funcion de transferencia linealizada
[pnum,pden] = tfdata(Gp);               % retirar coefs. de la def. simbolica
num = pnum{1};                          % polinomio del numerador de Gp
den = pden{1};                          % polinomio del denominador de Gp
L = 2 + ceil(2*rand);                   % parametro del Problema II
sisotool
```

PROBLEMA I

Se desea elaborar un regulador para un levitador magnético de modo a obtener las prestaciones:

1. Error nulo en régimen permanente para entrada en escalón.
2. Máxima sobreoscilación permitida $SO \leq 10\%$.
3. Tiempo de establecimiento máximo $t_a \leq 0.5[s]$.

Una vez elaborado el controlador para la planta linealizada, se pide probarla en la planta no lineal para verificar si mantiene las prestaciones especificadas.

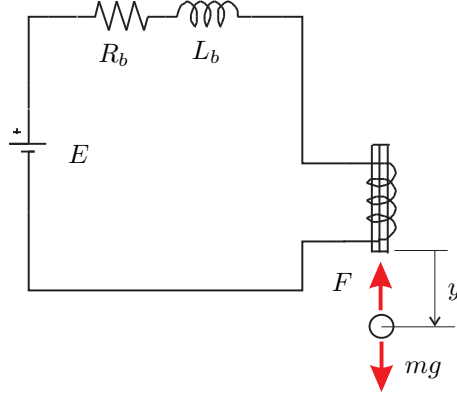


FIGURA 1. Diagrama del levitador magnético

DESARROLLO

Las ecuaciones que describen la planta son

$$\begin{aligned} E &= L(x) \frac{di}{dt} + R_b i \\ m\ddot{x} &= mg - F(i, x) \\ y &= Dx \end{aligned}$$

donde la fuerza magnética F y la inductancia L son dadas por

$$F(i, x) = -\frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}, \quad L(x) = L_b + \frac{C}{2x}$$

Dado que la planta es no lineal, efectuaremos su linealización en un entorno del punto operativo i_o, x_o . Llamando ahora $E = u$, $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $x_3 = i$, para $u = u_o$, en el punto de equilibrio tendremos:

$$\begin{aligned} u_o &= R_b i_o \\ 0 &= mg - F(i_o, x_o) \\ y_o &= Dx_o \end{aligned}$$

de donde sacamos $x_1^o = \frac{i_o \sqrt{C}}{2\sqrt{mg}}$, $x_2^o = 0$, $x_3^o = i_o$. La linealización se efectúa como sigue

$$\begin{aligned} \delta \dot{x}_1 &= \delta x_2 \\ \delta \dot{x}_2 &= \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)_o \delta x_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)_o \delta x_2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \right)_o \delta x_3 + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)_o \delta u \\ \delta \dot{x}_3 &= -\frac{R_b}{L_b} \delta x_3 + \frac{1}{L_b} \delta u \\ \delta y &= D \delta x_1 \end{aligned}$$

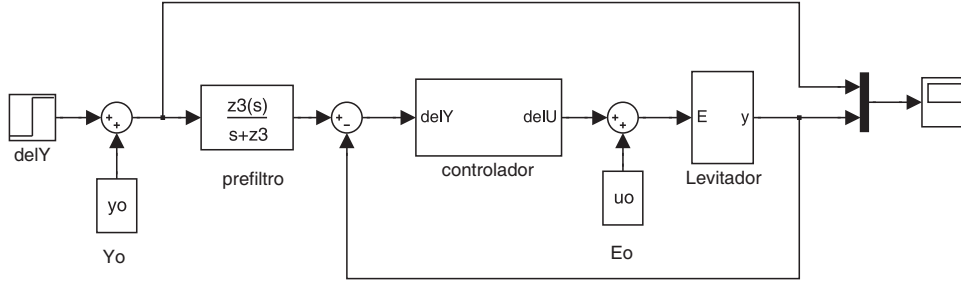


FIGURA 2. Levitador magnético con controlador lineal

o sea

$$\delta \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 \frac{(mg)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{C} i_o} & 0 & -2 \frac{mg}{i_o} \\ 0 & 0 & -\frac{R_b}{L_b + \frac{\sqrt{mgC}}{i_o}} \end{pmatrix} \delta x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ L_b + \frac{\sqrt{mgC}}{i_o} \end{pmatrix} \delta u$$

$$\delta y = (D \ 0 \ 0) \delta x$$

Se puede así calcular la función de transferencia

$$\frac{\delta Y(s)}{\delta U(s)} = G_p(s) = \frac{2 \left(\frac{Dmg}{L_b i_o + \sqrt{mgC}} \right)}{\left(s + \frac{R_b i_o}{L_b i_o + \sqrt{mgC}} \right) \left(s^2 - 4 \frac{(mg)^{\frac{3}{2}}}{i_o \sqrt{C}} \right)} = \frac{K_p}{(s + p_1)(s^2 - p_2^2)}$$

Notas. Se sugiere utilizar un controlador con la estructura

$$G_c(s) = K_c \frac{(s + z_1)(s + z_2)(s + z_3)}{s}$$

de modo que dos ceros en $-z_1, -z_2$ cancelen los polos estables en $-p_1, -p_2$. El polo inestable en p_2 no puede ser cancelado. El polo en el origen es necesario para obtener $e(\infty) = 0$ para entrada en escalón, pues la planta $G_p(s)$ es de tipo 0. El zero restante, en $-z_3$ deberá ubicarse de modo a obtener un par de polos de lazo cerrado en $s_d = -\alpha \pm j\beta$ de acuerdo con las especificaciones sobre SO, t_a . La función de transferencia de lazo cerrado, después de este arreglo queda:

$$G(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{\frac{K_c K_p (s + z_3)}{s(s - p_2)}}{1 + \frac{K_c K_p (s + z_3)}{s(s - p_2)}} = \frac{K_c K_p (s + z_3)}{s(s - p_2) + K_c K_p (s + z_3)}$$

entonces el pre-filtro se calcula de acuerdo con:

$$G_f(s)G(s) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(s + \alpha)^2 + \beta^2} \Rightarrow G_f(s) = \frac{z_3}{(s + z_3)}$$

Debe notarse que el controlador lineal es un controlador sobre variaciones en torno al punto operativo E_o, y_o . En la figura puede apreciarse la corrección necesaria con sendos sumadores antes y después del controlador, para corregir los valores de entrada-salida del controlador.

PROBLEMA 2

Un sistema de control de inventario se modela por las siguientes ecuaciones de estado

$$\frac{d}{dt}x_1(t) = -Lx_2(t), \quad \frac{d}{dt}x_2(t) = -Lu(t), \quad y(t) = x_1(t)$$

donde $x_1(t)$ es el nivel de inventario, $x_2(t)$ el ritmo de ventas del producto y $u(t)$ el ritmo de producción. La salida del inventario es medida por $y(t) = x_1(t)$. Utilizando un controlador de adelanto de fase

$$G_c(s) = k_c \frac{s+z}{s+p}, \quad 0 < z < p$$

se pide:

- a:** Determinar el controlador que permite alcanzar las especificaciones: Error nulo en régimen permanente para entrada en escalón ($e(\infty) = 0$) y Sobre-oscilación $SO < 5\%$ y tiempo de asentamiento $t_a \leq 1[s]$. Para el sistema compensado verificar: Ancho de banda (BW) y Pico de resonancia (M_r)

Notas. Sea el adelantador dado por:

$$G_c(s) = k_c \frac{s+a}{s+b}$$

la función de transferencia de lazo cerrado queda:

$$G(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{k_c L^2(s+a)}{s^2(s+b) + k_c L^2(s+a)}$$

pero si $s_d = \alpha + j\beta$ tendremos:

$$s^2(s+b) + k_c L^2(s+a) = (s+p)[(s+\alpha)^2 + \beta^2]$$

donde $-p, -\alpha \pm j\beta$ son los polos de lazo cerrado. La función de lazo cerrado queda:

$$G(s) = \frac{k_c L^2(s+a)}{(s+p)[(s+\alpha)^2 + \beta^2]} = \frac{k_c L^2(s+a)}{(\alpha^2 + \beta^2)(s+p)} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$$

el pre-filtro queda:

$$G_f(s) = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)(s+p)}{k_c L^2(s+a)}$$

El ancho de banda del sistema en lazo cerrado puede calcularse efectuando

```
Glc = Gp*Gc/(1+Gp*Gc)
bode(Glc)
```